

**TRƯỜNG THPT SÀI GÒN**

**Tổ Toán – Tin học**

**ĐỀ KIỂM TRA TẬP TRUNG LỚP 12 – LẦN 2 – ĐỀ LỄ**

Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a\sqrt{3}$ ; hai mặt  $(SAB)$  và  $(SAD)$  cùng vuông góc với đáy  $ABCD$ , mặt bên  $(SCD)$  tạo với mặt đáy  $ABCD$  một góc  $30^\circ$ .

a) Chứng minh  $SA$  vuông góc với đáy  $ABCD$  và  $\widehat{SDA} = 30^\circ$ . **(1 điểm)**

b) Tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.ABCD$ . **(2 điểm)**

c) Gọi  $M, E, F$  lần lượt là trung điểm của  $SA, AD, AB$ ;  $G, P$  lần lượt là trọng tâm của tam giác  $SAD$  và  $SAB$ . Tính  $\frac{V_{S.MGP}}{V_{S.AEF}}$  và tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.MGP$  và  $M.PGEF$ . **(3 điểm)**

d) Tính theo  $a$  khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(MBD)$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $FE$  và  $MD$ . **(4 điểm)**

**- Hết -**

**TRƯỜNG THPT SÀI GÒN**

**Tổ Toán – Tin học**

**ĐỀ KIỂM TRA TẬP TRUNG LỚP 12 – LẦN 2 – ĐỀ CHẤM**

Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a\sqrt{3}$ ; hai mặt  $(SAB)$  và  $(SAD)$  cùng vuông góc với đáy  $ABCD$ , mặt bên  $(SCB)$  tạo với mặt đáy  $ABCD$  một góc  $60^\circ$ .

a) Chứng minh  $SA$  vuông góc với đáy  $ABCD$  và  $\widehat{SBA} = 60^\circ$ . **(1 điểm)**

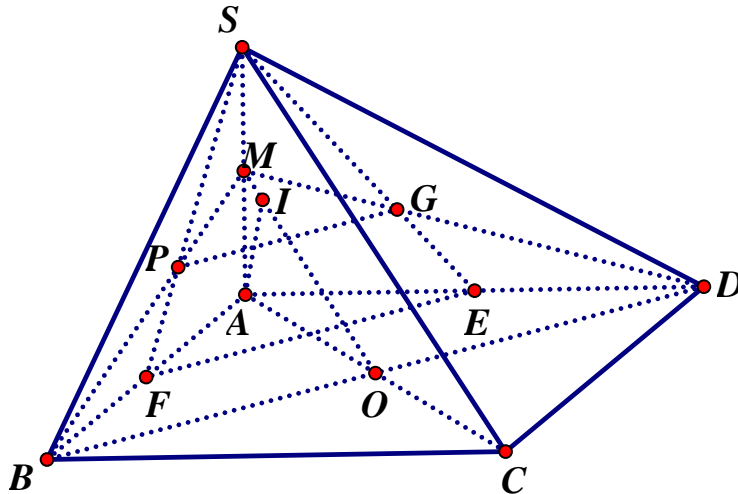
b) Tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.ABCD$ . **(2 điểm)**

c) Gọi  $M, E, F$  lần lượt là trung điểm của  $SA, AB, AD$ ;  $G, P$  lần lượt là trọng tâm của tam giác  $SAB$  và  $SAD$ . Tính  $\frac{V_{S.MGP}}{V_{S.AEF}}$  và tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.MGP$  và  $M.PGEF$ . **(3 điểm)**

d) Tính theo  $a$  khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(MBD)$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $FE$  và  $MB$ . **(4 điểm)**

**- Hết -**

a) Chứng minh  $SA$  vuông góc với đáy  $ABCD$  và  $\widehat{SDA} = 30^\circ$ . (1 điểm)



Hình vẽ: 0.5đ

\* Chứng minh  $SA$  vuông góc với đáy  $ABCD$  (0.5 điểm)

$SA$  là giao tuyến của hai mặt  $(SAB)$  và  $(SAD)$ ; hai mặt  $(SAB)$  và  $(SAD)$  cùng vuông góc với đáy  $ABCD$

Nên  $SA$  vuông góc với đáy  $ABCD$  (0.25 + 0.25)

\* Chứng minh  $\widehat{SDA} = 30^\circ$ . (0.5 điểm)

Chứng minh  $CD$  vuông góc với  $SD$  (0.25)

Góc giữa mặt bên  $(SCD)$  và mặt đáy  $ABCD$  là góc tạo bởi  $SD$  và  $AD$  nên  $\widehat{SDA} = 30^\circ$  (0.25)

b) Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$ . (2 điểm)

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} \text{ (SA vuông góc với đáy } ABCD \text{)} \text{ (0.5)}$$

$$\text{Tính } S_{ABCD} = 3a^2 \text{ (0.5) và } SA = a \text{ (0.5) nên } V_{S.ABCD} = a^3 \text{ (0.5)}$$

c) Tính  $\frac{V_{S.MGP}}{V_{S.AEF}}$  và thể tích khối chóp  $S.MGP$  và  $M.PGEF$ . (3 điểm)

$$\frac{V_{S.MGP}}{V_{S.AEF}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SG}{SE} \cdot \frac{SP}{SF}; \text{ (0.25); } \frac{SM}{SA} = \frac{1}{2}; \frac{SG}{SE} = \frac{2}{3}; \frac{SP}{SF} = \frac{2}{3}; \text{ nên } \frac{V_{S.MGP}}{V_{S.AEF}} = \frac{2}{9} \text{ (0.25x4)}$$

$$\text{Tính } \frac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8} \text{ hoặc } V_{S.AEF} = \frac{a^3}{8} \text{ (1.0) do đó } V_{S.MGP} = \frac{a^3}{36} \text{ (0.25)}$$

$$V_{M.PGEF} = V_{S.AFE} - V_{S.MGP} - V_{M.AFE} \text{ từ đó } V_{M.PGEF} = \frac{5a^3}{144} \text{ (0.25x2)}$$

d) Tính khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(MBD)$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $FE$  và  $MD$ . (3.5 điểm)

\* Tính khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(MBD)$  (2.5 điểm)

Cách 1: Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Vẽ  $AI \perp MO$  tại  $I$  (0.25). Chứng minh  $AI \perp (MBD)$  (1.0)

$$\text{Tính } AI = \frac{a\sqrt{42}}{14} \text{ (1.0) và } d(A;(MBD)) = AI = \frac{a\sqrt{42}}{14} \text{ (0.25)}$$

$$\text{Cách 2 : } d(A;(MBD)) = \frac{3V_{M.ABD}}{S_{MBD}} \text{ (0.5)}$$

$$\text{Tính } V_{M.ABD} = \frac{a^3}{4} \text{ (1.0) và } S_{MBD} = \frac{a^2\sqrt{42}}{4} \text{ (0.5) nên } d(A;(MBD)) = \frac{a\sqrt{42}}{14} \text{ (0.5)}$$

**\* Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $FE$  và  $MD$ . (1 điểm)**

Chứng minh  $EF//BD$  suy ra  $EF//(MBD)$  nên  $d(EF;MD)=d(EF;(MBD))$  (0.25)

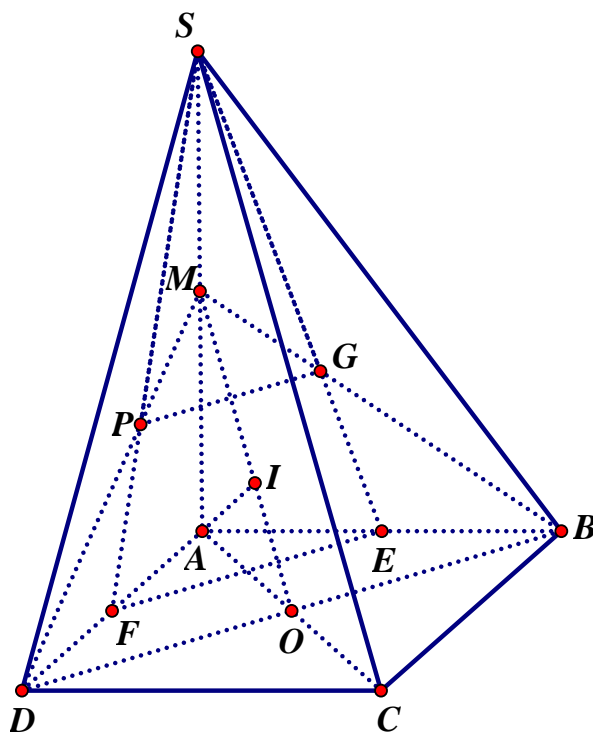
$$\text{Do } AF \text{ cắt mặt phẳng } (MBD) \text{ tại } B \text{ nên } \frac{d(A;(MBD))}{d(F;(MBD))} = \frac{AB}{FB} = 2 \text{ (0.25)}$$

$$d(A;(MBD)) = \frac{a\sqrt{42}}{14} \text{ nên } d(F;(MBD)) = \frac{a\sqrt{42}}{28} \text{ (0.25)}$$

$$\text{Vậy } d(EF;BD) = d(F;(MBD)) = \frac{a\sqrt{42}}{28} \text{ (0.25)}$$

**Lưu ý : Học sinh giải cách khác đúng, chấm tương tự theo đáp án !**

a) Chứng minh  $SA$  vuông góc với đáy  $ABCD$  và  $\widehat{SBA} = 60^\circ$ . (1 điểm)



Hình vẽ: 0.5 điểm

\* Chứng minh  $SA$  vuông góc với đáy  $ABCD$  (0.5 điểm)

$SA$  là giao tuyến của hai mặt  $(SAB)$  và  $(SAD)$ ; hai mặt  $(SAB)$  và  $(SAD)$  cùng vuông góc với đáy  $ABCD$

Nên  $SA$  vuông góc với đáy  $ABCD$  (0.25 + 0.25)

\* Chứng minh  $\widehat{SBA} = 60^\circ$ . (0.5 điểm)

Chứng minh  $CB$  vuông góc với  $SB$  (0.25)

Góc giữa mặt bên  $(SCB)$  và mặt đáy  $ABCD$  là góc tạo bởi  $SB$  và  $AB$  nên  $\widehat{SBA} = 60^\circ$  (0.25)

b) Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$ . (2 điểm)

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} \text{ (} SA \text{ vuông góc với đáy } ABCD \text{) (0.5)}$$

$$\text{Tính } S_{ABCD} = 3a^2 \text{ (0.5) và } SA = 3a \text{ (0.5) nên } V_{S.ABCD} = 3a^3 \text{ (0.5)}$$

c) Tính  $\frac{V_{S.MGP}}{V_{S.AEF}}$  và thể tích khối chóp  $S.MGP$  và  $M.PGEF$  (3 điểm)

$$\frac{V_{S.MGP}}{V_{S.AEF}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SG}{SE} \cdot \frac{SP}{SF}; \text{ (0.25); } \frac{SM}{SA} = \frac{1}{2}; \frac{SG}{SE} = \frac{2}{3}; \frac{SP}{SF} = \frac{2}{3}; \text{ nên } \frac{V_{S.MGP}}{V_{S.AEF}} = \frac{2}{9} \text{ (0.25x4)}$$

$$\text{Tính } \frac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8} \text{ hoặc } V_{S.AEF} = \frac{3}{8} a^3 \text{ (1.0) do đó } V_{S.MGP} = \frac{a^3}{12} \text{ (0.25)}$$

$$V_{M.PGEF} = V_{S.AFE} - V_{S.MGP} - V_{M.AFE} \text{ từ đó } V_{M.PGFE} = \frac{5a^3}{48} \text{ (0.25x2)}$$

**d) Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (MBD) và khoảng cách giữa hai đường thẳng FE và MB.**

**(3.5 điểm)**

**\* Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (MBD) (2.5 điểm)**

**Cách 1 :** Gọi O là giao điểm của AC và BD. Vẽ  $AI \perp MO$  tại I (0.25). Chứng minh  $AI \perp (MBD)$  (1.0)

$$\text{Tính } AI = \frac{3a\sqrt{10}}{10} \text{ (1.0) và } d(A;(MBD)) = AI = \frac{3a\sqrt{10}}{10} \text{ (0.25)}$$

$$\text{Cách 2 : } d(A;(MBD)) = \frac{3V_{M.ABD}}{S_{MBD}} \text{ (0.5)}$$

$$\text{Tính } V_{M.ABD} = \frac{3a^3}{4} \text{ (1.0) và } S_{MBD} = \frac{3a^2\sqrt{10}}{4} \text{ (0.5) nên } d(A;(MBD)) = \frac{3a\sqrt{10}}{10} \text{ (0.5)}$$

**\* Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng FE và MB. (1 điểm)**

Chứng minh  $EF \parallel BD$  suy ra  $EF \parallel (MBD)$  nên  $d(EF;MB) = d(EF;(MBD))$  (0.25)

$$\text{Do } AF \text{ cắt mặt phẳng } (MBD) \text{ tại } D \text{ nên } \frac{d(A;(MBD))}{d(F;(MBD))} = \frac{AD}{FD} = 2 \text{ (0.25)}$$

$$d(A;(MBD)) = \frac{3a\sqrt{10}}{10} \text{ nên } d(F;(MBD)) = \frac{3a\sqrt{10}}{20} \text{ (0.25)}$$

$$\text{Vậy } d(EF;BD) = d(F;(MBD)) = \frac{3a\sqrt{10}}{20} \text{ (0.25)}$$

**Lưu ý : Học sinh giải cách khác đúng, chấm tương tự theo đáp án !**