TRƯỜNG TRUNG HỌC THỰC HÀNH SÀI GÒN

BẢN CHÁNH

KIỂM TRA CHƯƠNG I GIẢI TÍCH LỚP 12
Thời gian: 45 phút

ĐỀ 1

Câu 1 (8,0 đ). Cho hàm số $y=-x^3+\frac{3}{2}x^2+6x-3m$ (1)

1) Khảo sát và vẻ đồ thị (C) của hàm số (1) khi m = 1 (6đ)

2) Dùng (C) chứng minh phương trình $2x^3-3x^2-12x+6=0$ có 3 nghiệm phân biệt và trong đó có đúng một nghiệm dương nhỏ thua $\frac{1}{2}$. (1đ)

3) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có 2 điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành. (1đ)

Câu 2 (2,0 đ)

1)Tìm GTLN-GTNN của hàm số $y=x\sqrt{2}+2\cos x$ trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

2) Một ô cửa hình chữ nhật có đường chéo dài 50 (đvd). Hỏi phải làm ô cửa có chiều dài các cạnh bao nhiêu để diện tích ô cửa lớn nhất . Chỉ ra diện tích lớn nhất đó.

---------Hết----------

TRƯỜNG TRUNG HỌC THỰC HÀNH SÀI GÒN

KIỂM TRA CHƯƠNG I GIẢI TÍCH LỚP 12
Thời gian: 45 phút

ĐỀ 2

Câu 1 (8,0 đ). Cho hàm số $y=x^3-\frac{3}{2}x^2-6x+3m$ (1)

1) Khảo sát và vẻ đồ thị (C) của hàm số (1) khi m = 1 (6đ)

2) Dùng (C) chứng minh phương trình $-2x^3+3x^2+12x-6=0$ có 3 nghiệm phân biệt và trong đó có đúng một nghiệm dương nhỏ thua $\frac{1}{2}$. (1đ)

3) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có 2 điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành. (1đ)

Câu 2 (2,0 đ)

1)Tìm GTLN-GTNN của hàm số $y=x\sqrt{3}+2\cos x$ trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

2) Một ô cửa hình chữ nhật có đường chéo dài 72 (đvd). Hỏi phải làm ô cửa có chiều dài các cạnh bao nhiêu để diện tích ô cửa lớn nhất . Chỉ ra diện tích lớn nhất đó.

-------Hết------

Đáp án **Đề 1**

BẢN CHÁNH

Câu 1 : (8đ)

1. (6đ) khi m=1 ta có $y = -x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 6x - 3$. (0,25)

$D = R$, $y' = -3x^2 + 3x + 6$ (0,5)

$y' = 0 \Leftrightarrow x = -1$; $x = 2$. (0,5)

$\lim_{x \to \pm\infty} y = \pm\infty$. (0,5)

Bảng biến thiên (1.5đ)

x	
y'	

Hàm tăng , giảm, (0.5)

CT $(2;-5)$ CĐ $(-1;\frac{5}{2})$ (0.5).

$y'' = -6x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$. Tâm đối xứng $I(\frac{1}{2};\frac{1}{4})$ (0.5)

Điểm đặc biệt (0.25).

Đồ thị (1đ).

2. (1đ) . PT tương đương với $-x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 6x - 3 = 0$

Vế trái là hàm số có ĐT là (C). Từ đồ thị ta thấy (C) cắt Ox tại 3 điểm phân biệt nên PT có 3 nghiệm phân biệt. 0.25

$x_1 < -1 ; -1 < x_2 < \frac{1}{2} ; x_3 > 2$ (*) (0.25)

ta có $f(0) = -3$ và $f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{4}$ (0.25)

vậy PT có **đúng** một nghiệm $x_2 \in (0;\frac{1}{2})$ (0.25).

(Nếu không chỉ ra (*) thì phải nói hàm đồng biện trên $(0;\frac{1}{2})$)

3.(1đ) . Ta có : $y' = -3x^2 + 3x + 6$.

Để (1) có 2 điểm cực trị nằm về hai phía của Ox $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{y'} > 0 \\ y_{CĐ} \cdot y_{CT} < 0 \end{cases}$ (0.5)

$\Leftrightarrow y_{CĐ} \cdot y_{CT} < 0 \Leftrightarrow (-\frac{7}{2} - 3m)(10 - 3m) < 0 \Leftrightarrow -\frac{7}{6} < m < \frac{20}{3}$ (0.5)

Câu 2 (2đ)

1 (1đ) : Ta có $y' = \sqrt{2} - 2\sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$ (0.25)

$y(0) = 2; y(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi\sqrt{2}}{4}; y(\frac{\pi}{4}) = \frac{\pi\sqrt{2}}{4} + \sqrt{2}$ (0.25)

Vậy $\underset{\left[0;\frac{\pi}{2}\right]}{Max}\, y = \frac{\pi\sqrt{2}}{4} + \sqrt{2}$. Tại $x = \frac{\pi}{4}$ (0.5)

2(1 đ). Gọi x, y là độ dài các cạnh của hình chữ nhật, $x, y \in (0;50)$

Ta có $S = xy$. S lớn nhất khi $x^2.y^2$ lớn nhất. 0.25

C1 : dùng hàm số

Ta có $x^2 + y^2 = 50 \Leftrightarrow y^2 = 50 - x^2 \Rightarrow S^2 = x^2(50 - x^2)$. 0.25

Tìm GTLN của S^2 trên $(0;50)$.

$S^{2'} = 100x - 4x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0 ; x = -5; x = 5$. 0.25

$S^2(5) = 25^2$. Từ BBT ta có $\underset{(0;50)}{Max}\, S^2 = 25^2 \Rightarrow \underset{(0;50)}{Max}\, S = 25$. Khi x=5 suy ra y =5.

Vậy phải làm cửa hình vuông cạnh bằng 5. 0.25

C2 : dùng bất đẳng thức Niuton.

Ta có $x^2 + y^2 = 50$ không đổi nên $x^2.y^2$ lớn nhất khi $x^2 = y^2$. 0.25

do x, y dương nên x=y . Suy ra $2x^2 = 50$ và ta có x =5 (0.25)

Đáp số x=y=5. Diện tích lớn nhất là 25

Vậy phải làm cửa sổ hình vuông cạnh bằng 5 0.25

Đề 2 :

Câu 1 : (8đ)

1. (6đ) khi m=1 ta có $y = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 3$. (0,25)

D = R , $y' = 3x^2 - 3x - 6$ (0,5)

$y' = 0 \Leftrightarrow x = -1 ; x = 2$. (0,5)

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \pm\infty$. (0,5)

Bảng biến thiên (1.5đ)

x	
y'	

Hàm tăng , giảm, (0.5)

CĐ $(-1;\frac{13}{2})$; CT $(2;-7)$ (0.5).

$y'' = 6x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$. Tâm đối xứng $I(\frac{1}{2};-\frac{1}{4})$ (0.5)

Điểm đặc biệt (0.25).

Đồ thị (1đ).

2. (1đ) . PT tương đương với $x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 3 = 0$

Vế trái là hàm số có ĐT là (C).Từ đồ thị ta thấy (C) cắt Ox tại 3 điểm phân biệt nên PT có 3 nghiệm phân biệt. 0.25

$x_1 < -1 ; -1 < x_2 < \frac{1}{2} ; x_3 > 2$ (*) (0.25)

ta có $f(0) = 3$ và $f(\frac{1}{2}) = -\frac{1}{4}$ (0.25)

vậy PT có đúng một nghiệm $x_2 \in (0;\frac{1}{2})$ (0.25).

(Nếu không chỉ ra (*) thì phải nói hàm nghịch biện trên $(0;\frac{1}{2})$)

3.(1đ) . Ta có : $y' = 3x^2 - 3x - 6$.

Để (1) có 2 điểm cực trị nằm về hai phía của Ox $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{y'} > 0 \\ y_{CĐ} . y_{CT} < 0 \end{cases}$ (0.5)

$\Leftrightarrow y_{CĐ} . y_{CT} < 0 \Leftrightarrow (\frac{7}{2} + 3m)(-\frac{13}{4} + 3m) < 0 \Leftrightarrow -\frac{7}{6} < m < \frac{13}{12}$ (0.5)

Câu 2 (2đ)

1 (1đ) : Ta có $y' = \sqrt{3} - 2\sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ (0.25)

$y(0) = 2; y(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi\sqrt{3}}{2}; y(\frac{\pi}{3}) = \frac{\pi\sqrt{3}}{3} + 1$ (0.25)

Vậy trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ Maxy$=\frac{\pi\sqrt{3}}{3}+1$ tại $x=\frac{\pi}{3}$ (0.5)

2(1 đ). Gọi x, y là độ dài các cạnh của hình chữ nhật, $x, y \in (0;72)$

Ta có $S = xy$. S lớn nhất khi $x^2.y^2$ lớn nhất. 0.25

C1 : dùng hàm số

Ta có $x^2 + y^2 = 72 \Leftrightarrow y^2 = 72 - x^2 \Rightarrow S^2 = x^2(72 - x^2)$. 0.25

Tìm GTLN của S^2 trên $(0;72)$.

${S^2}' = 144x - 4x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0 ; x = -6; x = 6$. 0.25

$S^2(6) = 36^2$. Từ BBT ta có $\underset{(0;72)}{Max} S^2 = 36^2 \Rightarrow \underset{(0;72)}{Max} S = 36$. Khi x=6 suy ra y = 6.

Vậy phải làm cửa sổ hình vuông cạnh bằng 6 0.25

C2 : dùng bất đẳng thức Niuton.

Ta có $x^2 + y^2 = 72$ không đổi nên $x^2.y^2$ lớn nhất khi $x^2 = y^2$. 0.25

do x, y dương nên x=y . Suy ra $2x^2 = 72$ và ta có x = 6. 0.25

Đáp số x=y=6. Diện tích lớn nhất là 36.

Vậy phải làm cửa sổ hình vuông cạnh bằng 6 0.25